המתמטיקה מאחורי טכניקות הבנייה של לגו – חלק א'

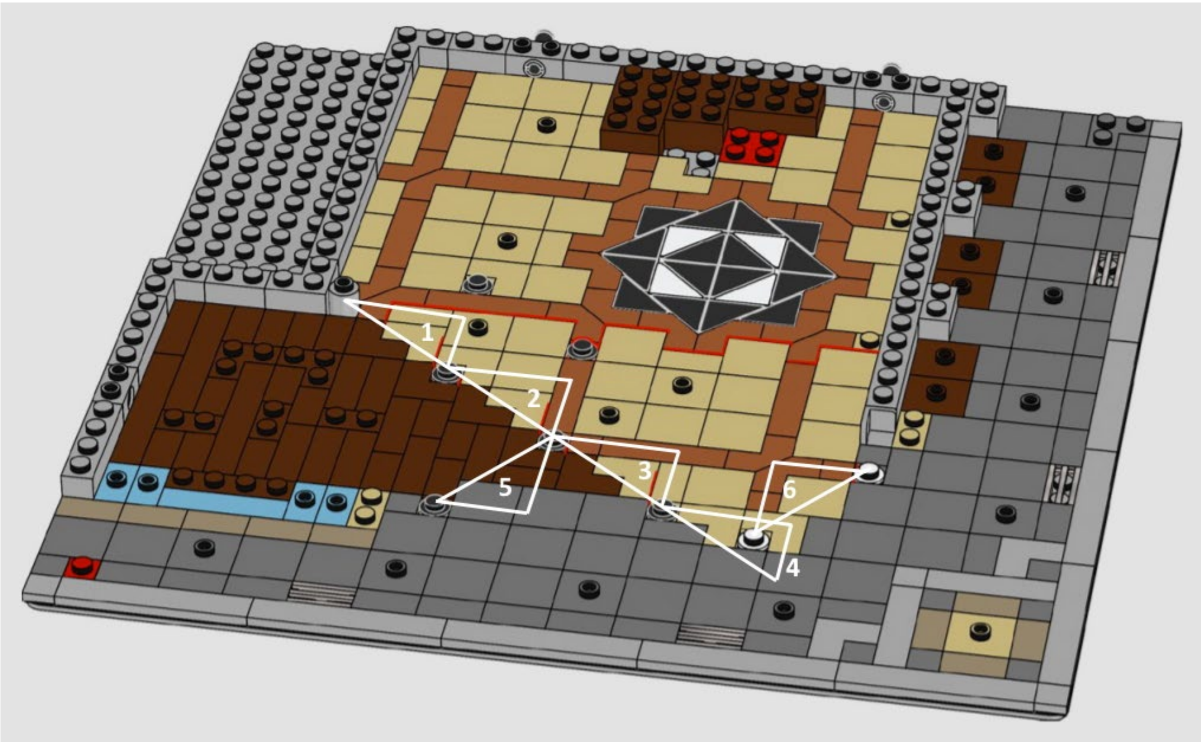
האם נתקלת בטכניקת לגו המשמשת בסט רשמי או ב-MOC שגרמה לך לתהות "איך זה בכלל עובד?".
מסתבר שיש הסבר די טוב לכל טכניקה שם בחוץ, כל עוד לא אכפת לך ללכלך את הידיים עם קצת מתמטיקה. בסדרת הפוסטים החדשה הזו, אנסה להשתמש במתמטיקה כדי להסביר כיצד חלק מהטכניקות הללו עובדות (הצעות תמיד יתקבלו בברכה לטכניקות שעלי לכסות בהמשך).

נתחיל תחילה עם סט הבניין המודולרי האחרון מבית לגו – מלון בוטיק 10297 שיצא לאקרנים ב-1

בינואר 2022. הדבר הראשון שמושך את תשומת לבכם לבניין המודולרי הזה הוא צורתו המשולשת יוצאת הדופן. לגו כידוע מבוססת על רשת מרובעת רגילה של מיקומי חתך, אז איך הם הצליחו לחלץ את הצורה הזו והאם נוכל להבין את המתמטיקה מאחוריה?

אם תקרא את הפוסט שלי על קירות בזווית , תראה שהטריק להציב חלקי לגו בכל זווית שאינה 0 או 90 מעלות ביחס לרשת לגו הוא על ידי הבטחת שהסטדים בשני הקצוות של הלבנה או הצלחת יסתדרו. עם ניטים על רשת לגו. זה עובד רק כאשר המשולש ישר זווית שנוצרה עומד במשפט פיתגורס. ($a^2+b^2=c^2$) המשולשת הפיתגורית הקטנה ביותר (קבוצת מספרים שעומדת במשפט) היא (3, 4, 5) והיא זו שבה משתמש מלון הבוטיק. אבל הוא משתמש בטריפל בצורה שאינה ברורה מיד. למעשה, אם אתה מסתכל

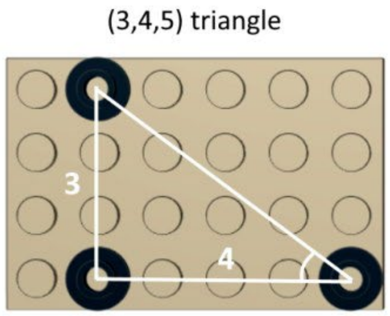
על הקירות הזוויתיים במבנה הזה, אתה יכול לספור לא אחד אלא 6 משולשים נפרדים (3, 4, 5) כולל שניים (4 ו-6) שאפילו מצטלבים זה את זה.



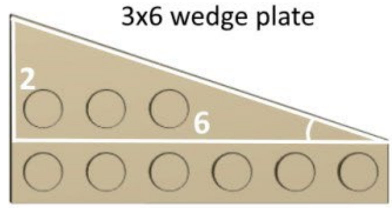
בהינתן שהתחתונים (הצלעות הארוכות ביותר) של משולשים 1-4 נמצאים בקו ישר המחוברים יחד באמצעות לוחות ארוכים, אין לנו אפילו צורך לחבר את הקצוות החיצוניים של המשולשים 1 ו-4. התחתונים של משולשים 5 ו-6 הם בזוויות ישרות לקו המחבר את תחתיות המשולשים 1-4.
עוד יותר מעניינת היא העובדה שקטעי הרצפה המפרידים בין 3 מפלסי הבניין כמו גם קטע הגג בנויים באמצעות לוחות רגילים ולוחות טריז ואיכשהו הצדדים הזוויתיים שלהם מתיישבים בצורה מושלמת עם קירות הזווית של הבניין. צירוף מקרים? אני חושב שלא.

נצטרך להיכנס לטריגונומטריה בסיסית כדי להסביר זאת.

במשולש ישר זווית עבור כל אחת מהזוויות הקטנות יותר, היחס בין אורך הצלע המנוגדת לזווית לצלע הסמוכה לה נקרא טנגנס ויחס זה קבוע עבור זווית נתונה ללא קשר לגודל המשולש. אם אנחנו כבר יודעים את היחס, נוכל להבין את הזווית באמצעות היפוך של פונקציית המשיק או הארקטן (זמין ברוב המחשבונים המדעיים). במשולש (3, 4, 5), הטנגנס של הזווית הקטנה ביותר הוא 3/4 = 0.75 והארקטן של זה הוא 36.8 מעלות.

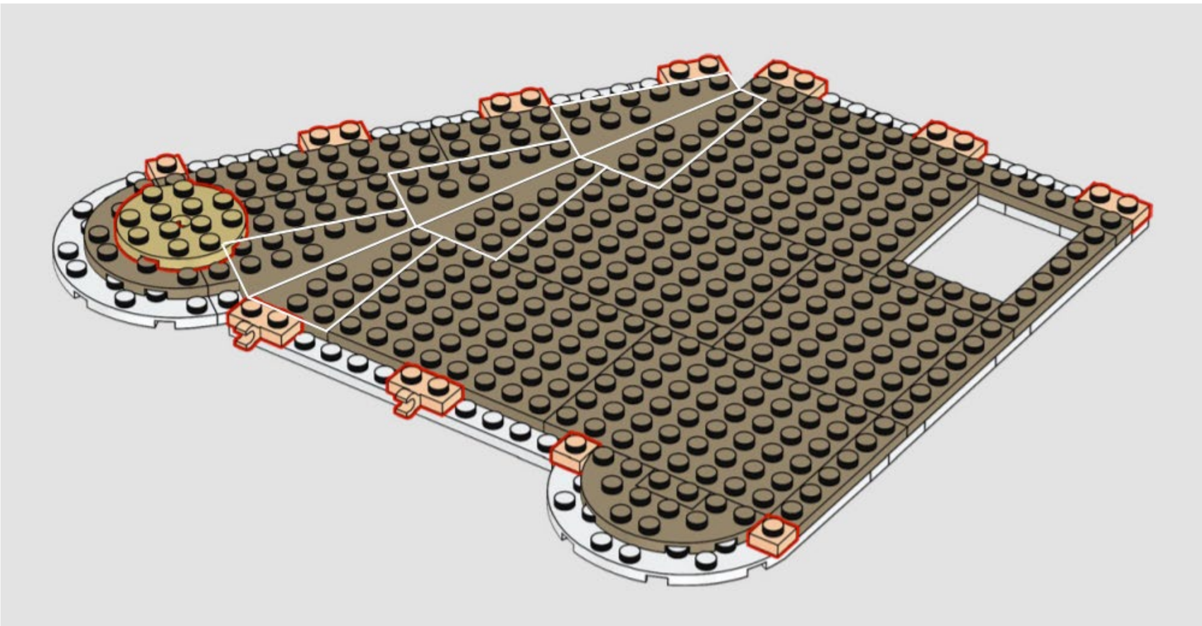


Angle = arctan(3/4) = 36.8 degrees



Angle = arctan(2/6) = 18.4 degrees

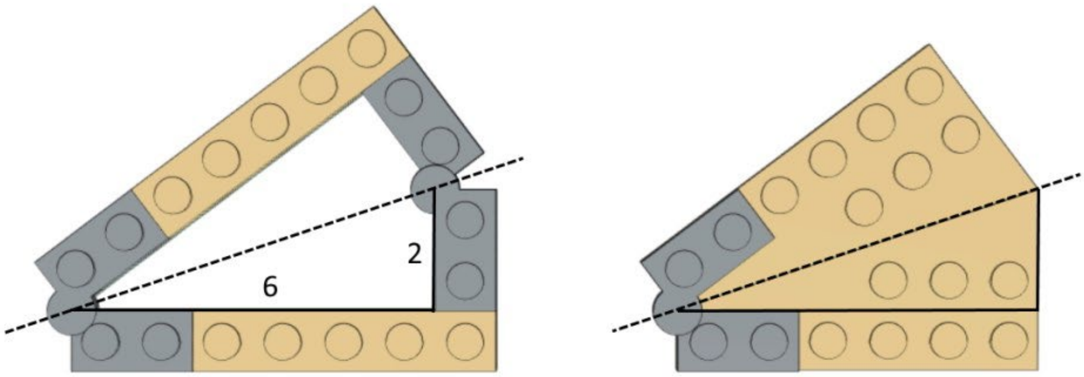
אם תסתכלו על אחד מחלקי הרצפה או בקטע הגג של מלון הבוטיק, תראו שהם משתמשים בשתי לוחות טריז מראות 3×6 כדי ליצור את הצד הזוויתי. לכל לוחית טריז יש משולש ישר זווית עם טנגנס של 2/6 = 0.333 והארקטן של זה הוא 18.4 מעלות. אז הגיוני ששתי לוחות טריז אלו יתנו לנו זווית משולבת של 36.8 מעלות התואמת למה שיש לנו על הקיר הזווית.



אנו יכולים לאשר זאת באמצעות הנוסחה לחישוב הטנגנס של פעמיים זווית נתונה.

$$\tan(2a) = \frac{2\tan(a)}{1-\tan^2(a)}$$

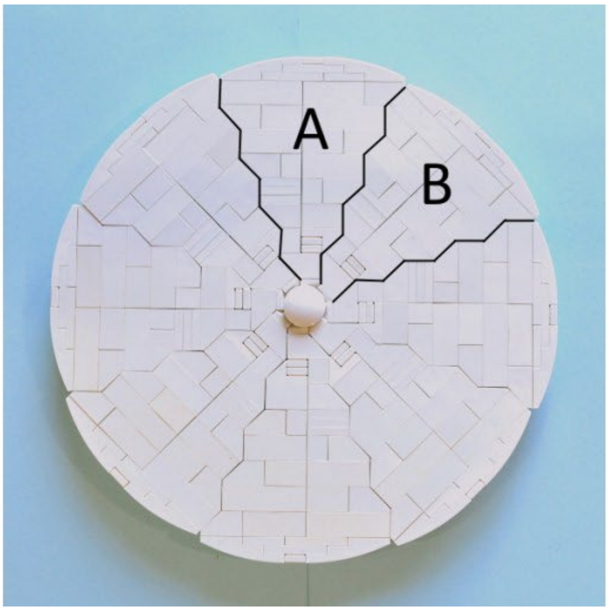
אם מחברים את המספרים, אנו רואים שהטנגנס של פי שניים מהזווית שנוצרה על ידי לוחית הטריז הוא (2 x 1/3) / (1 – 1/9) = 2/3 x 9/8 = 3/4 התואם את טנגנס של הזווית שנוצרה על ידי המשולש (3, 4, 5) של פיתגורס. די מסודר, אה?



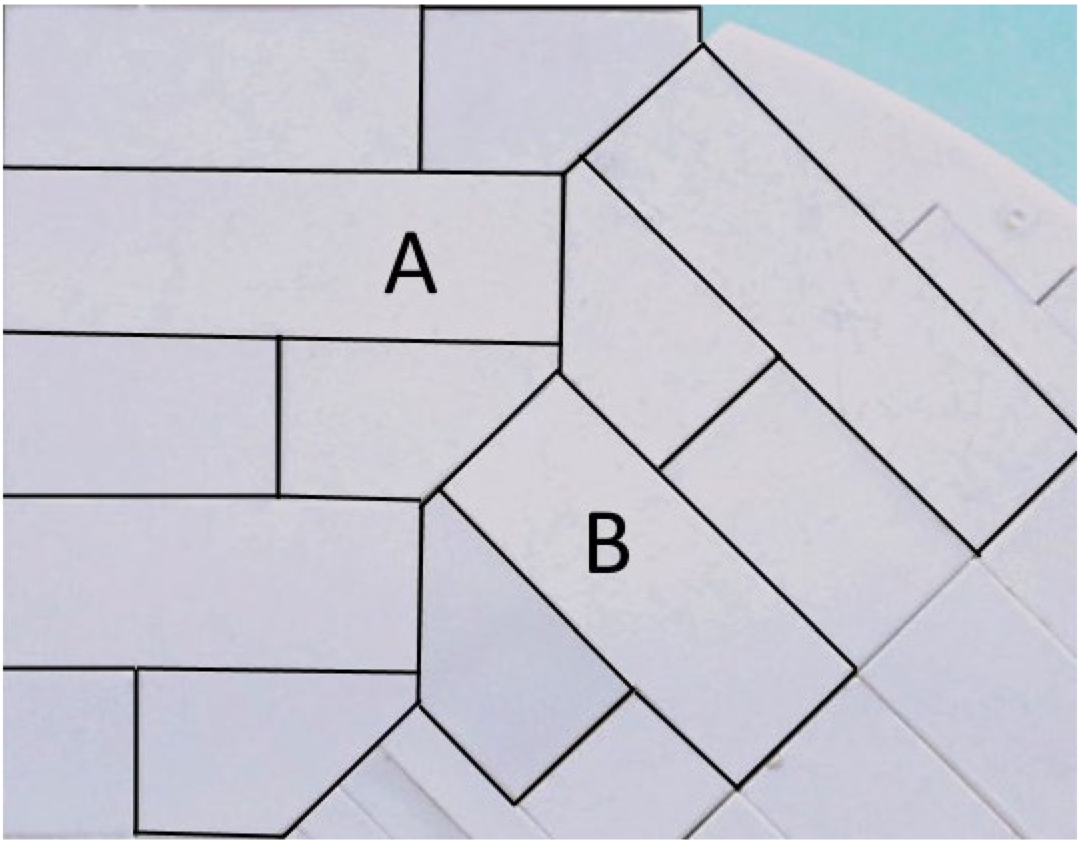
האופן שבו משתמשים בלוחות הטריזים כאן הוא יישום נפוץ של טכניקת "היפוטנוז ממראה" המכוסה גם בפוסט שלי על קירות זוויתיים. זה מעקף את העובדה שעבור משולש ישר זווית שרירותי, אורך התחתון אינו תמיד מספר שלם. התחתון של המשולש שנוצר על ידי לוחית הטריז 6×3 הוא $\sqrt{2^2 + 6^2} = 6.32$ סטדים. למרות שאיננו יכולים למקם אלמנט לגו לאורך התחתון, אנו יכולים ליצור קיר זוויתי על ידי שיקוף המשולש הימני לאורך התחתון והצבת אלמנט לגו

לאורך שתי הצלעות האחרות של המשולש השני. יש להחזיק את שני המשולשים יחד באמצעות לוחות צירים וזה בדיוק מה שנעשה בערכת מלון בוטיק.

הטכניקה הבאה שנבחן היא זו שג'ייסון
פייט מ Playwell Bricks - המציא. הוא נתקל בדרך מאוד מעניינת להרכיב חלקים כדי ליצור את מה שהוא מכנה "מעגל הקסם" ובהחלט יש משהו קסום איך הכל משתלב בצורה כל כך יפה ללא פערים נראים לעין.
אבל איך זה עובד?



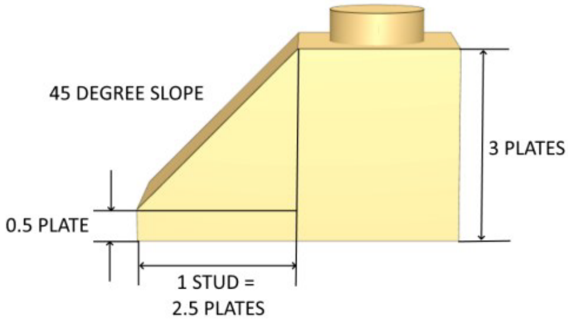
למרות שהמבנה כולו של ג'ייסון די גאוני, הבה נתמקד באופן שבו 8 החלקים הזהים של מעגל הקסם משתלבים זה בזה בצורה מושלמת. אם תסתכל מקרוב, תראה שהחלק המשופע של חתיכה בשיפוע של 45 מעלות בקטע א' מתאים לגובה של לבנה ולשפה הקטנה במדרון של 45 מעלות היושב מעליה בקטע ב'.



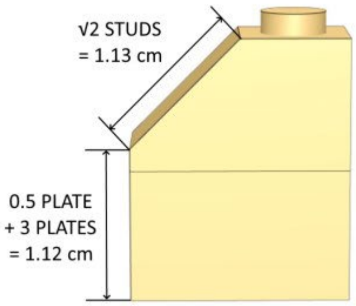
לכל חלקי מדרון לגו יש שפה בבסיס המדרון שגובהה כחצי צלחת. הוצע כי שפה זו נובעת ממגבלות בתהליך ההזרקה המשמש לייצור לבני לגו וייתכן מאוד שזה המקרה. אבל השפתיים של חצי צלחת הגיוניות מאוד מבחינה גיאומטרית, לפחות עבור השיפוע של 45 מעלות (שקיים מאז ימי הלגו הראשונים).

משולש ישר זווית עם זווית של 45 מעלות נקרא משולש ישר זווית מיוחד. הסיבה לכך היא שהזווית השלישית היא גם זווית של 45 מעלות ושתי הצלעות המרכיבות את הזווית הישרה הן באורך שווה. בפיסת שיפוע של 45 מעלות, אם אתה חושב על החלק המשופע כעל התחתון (הצלע הארוכה ביותר) של משולש ישר זווית מיוחד, שתי הצלעות האחרות

צריכות להיות באורך שווה. אחד הצדדים הוא חתך (או 2.5 צלחות) ברוחב אופקית ולכן השני צריך להיות 2.5 צלחות נמדד אנכית. בהינתן שלבן בגובה 3 צלחות, זה משאיר אותנו עם שפה בגובה 3 – 2.5 = 0.5 צלחות.



בהתייחס למשפט פיתגורס ($a^2 + b^2 = c^2$) אם שתי צלעות של המשולש הישר זווית הן 1 חתך כל אחת, אורך התחתון (או הצלע הזווית $c = \sqrt{(a^2 + b^2)} = \sqrt{2}$ (ניטים או 1.414 x 0.8 = 1.13 ס"מ. זה כמה זמן יהיה החלק המשופע של חתיכת השיפוע של 45 מעלות בקטע א'. בצד השני בחתך ב', נמצא גובה לבנים שהוא 3 לוחות או 0.96 ס"מ בתוספת שפת חצי הצלחת שהיא 0.32/2 = 0.16 ס"מ בסך הכל 1.12 ס"מ. שני המספרים הללו קרובים מאוד זה לזה, מה שמסביר מדוע מעגל הקסם עובד כמוהו.



הישארו מעודכנים לפרק הבא בסדרה זו. עד אז, בנייה מהנה!

המאמר תורגם מתוך אתר האינטרנט Towering Brick Creations.com

The article was translated from the website Towering Brick Creations.com